**第2讲 直线平行的条件和性质**

一、课程目标

1.掌握平行线的三种判定方法，会运用这些判定方法解决实际问题.

2.了解推理论证的方法，逐步培养逻辑推理能力.

3.理解平行线的性质和判定的区别*．*

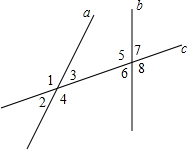
4.掌握平行线的三个性质，并能运用它们作简单的推理*．*

二、课程内容

**知识点一 同位角**

**定义：**两条直线被第三条直线所截，得到的八个角中，两个角分别在两条直线的**同一方**，并且都在第三条直线的**同侧**，具有这种位置关系的一对角叫做**同位角**.

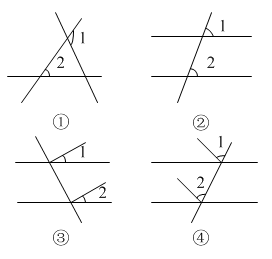
如下图，它们互为同位角：∠1与∠5 ∠3与∠7 ∠2 与∠6 ∠4与∠8



**注：**同位角是成对出现的，并且是由三条直线组成的，一边共线，另两边不共线；

**题型一 同位角的识别**

**例1-1** 下列所示的四个图形中，和是同位角的是（  ）.



A： ②③ B： ①②③ C： ①②④ D： ①④

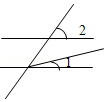
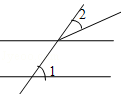
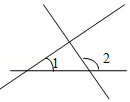
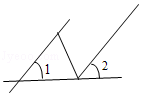
【思路分析】根据同位角的概念，找出“三线”之后再看是否为“F”形即可判断.

【解】根据同位角的概念，两条直线被一条直线所截，在截线的同旁，在两直线的同一侧的角叫同位角.由此可知，①②④中和为同位角.

故本题正确答案为C.

【总结提示】判断“三线八角”中的两个角的位置关系时，必须找出“哪两条直线被第三条直线所截”，即找准截线是关键，找截线的实质就是找到相应两个角的顶点所在的直线，如果这两个角的公共边恰好就是截线，那么就存在同位角.

**配套练习1-1**下列各图中，∠1与∠2不是同位角的是（　　）

A． B． C． D．

【思路分析】同位角的定义：在截线的同侧，并且在被截线的同一方的两个角是同位角，依此即可求解．

解：A、∠1与∠2的两边都不在同一条直线上，不是同位角，符合题意；

B、∠1与∠2有一条边在同一条直线上，另一条边在被截线的同一方，是同位角，不符合题意；

C、∠1与∠2有一条边在同一条直线上，另一条边在被截线的同一方，是同位角，不符合题意；

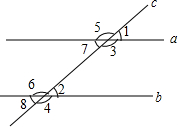
D、∠1与∠2有一条边在同一条直线上，另一条边在被截线的同一方，是同位角，不符合题意．

故选A．

【总结提示】此题考查了同位角，判断是否是同位角，必须符合三线八角中，在截线的同侧，并且在被截线的同一方的两个角是同位角．

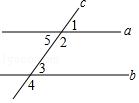
**知识点二 同位角相等，两直线平行**

**判定方法1：**两条直线被第三条直线所截，如果同位角相等，那么这两条直线平行.  
**简称：同位角相等，两直线平行  
表达方式：**用“∥”表示平行，如图： 因为∠1= ∠2(已知)，  
所以*a*∥*b*(同位角相等，两直线平行)，



**题型一 判定方法1的应用**

**例2-1** 如图，直线a，b被直线c所截，∠1=55°，下列条件能推出a∥b的是（　　）



A．∠3=55° B．∠2=55° C．∠4=55° D．∠5=55°

【思路分析】根据同位角相等，两直线平行即可作出判断．

【解】∵∠1=55°，∠3=55°，

∴∠1=∠3，

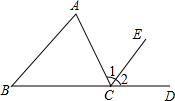
∴a∥b，

故选A．

【总结提示】本题考查的是平行线的判定，熟知平行线的判定定理是解答此题的关键．

**配套练习2-2**

如图，CE平分∠ACD，∠1=∠B，请说明AB∥CE的理由．



【解】∵CE平分∠ACD，  
∴∠1=∠2，  
又∵∠1=∠B，  
∴∠2=∠B，  
∴AB∥CE．

**知识点三（重难点） 平行线的基本性质**

**1.平行线的基本性质1：**过直线外一点有且只有一条直线与这条直线平行.  
**注：**(1)“有且只有”强调直线的存在性和唯一性；(2)前提条件“过直线外一点”，若点在直线上，不可能有平行线.

**2.平行线的基本性质2：**平行于同一条直线的两条直线平行.  
**表达方式：**如果*a*∥*c*，*b*∥*c*，那么*a*∥*b*.  
**作用：**可用来判定两直线平行.

**题型一 对平行线基本性质的理解**

**例3-1** 下列说法：①一条直线的平行线只有一条；②过一点与已知直线平行的直线只有一条；③过直线外一点与这条直线平行的直线只有一条，正确的有（ ）

A.0个 B.1个 C.2个 D.3个

【思路分析】过直线外一点可以画一条直线与已知直线平行，而过直线上一点画不出与该直线平行的直线；一条直线的平行线有无数条，故只有③正确.

【答案】B

【总结提示】对于辨析题，要正确解答，必须要抓住其内容，特别是关键字词及其重要特征，对于许多类似的内容，要在比较中理解，再在理解的基础上进行记忆.

**配套练习3-1**

下列说法中错误的有( )

(1)两条不相交的直线叫做平行线.

(2)经过直线外一点，能够画出一条直线与已知直线平行，并且只能画出一条

(3)如果*a*∥*b*，*b*∥*c*，则*a*∥*c*

(4)两条不平行的射线，在同一平面内一定相交.

A.0个 B.1个 C.2个 D.3个

【解】（1）在同一平面内，两条不相交的直线叫做平行线，是平行的定义，错误；  
（2）经过直线外一点，能够画出一条直线与已知直线平行，并且只能画出一条，是公理，正确；  
（3）如果*a*∥*b*，*b*∥*c*，则*a*∥*c*，是平行公理，正确；  
（4）两条不平行的射线，在同一平面内也不一定相交，故本小题错误．  
所以正确的是（2）（3）共2个．  
故选C

**题型二 平行线基本性质的应用**

**例3-2** 如图，P是三角形ABC内部的任意一点.

(1)过P点向左画射线PM∥BC交AB于点M，过P点向右画射线PN∥BC交AC于点N；

(2)在(1)中画出的图形中，∠MPN的度数一定等于180°，你能说明其中的道理吗?

C:\Users\ShaSha\Desktop\未命名1.emf

【思路分析】在(1)中，按照过直线外一点画已知直线的平行线的方法画图即可.在(2)中，要说明∠MPN=180°，可转化为说明点M，P，N 在同一条直线上.

【解】(1)画出的射线PM，PN如图

C:\Users\ShaSha\Desktop\未命名1.emf

(2)因为射线PM∥BC，射线PN∥BC，

所以直线PM∥BC，直线PN∥BC.

根据平行线基本事实：经过直线外一点，有且只有一条直线平行于这条直线可知直线PM与直线PN是同一条直线，

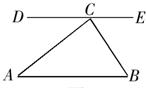
即点M，P，N在同一条直线上.

所以∠MPN=180°.

【总结提示】本题运用**转化思想**，把说明∠MPN= 180°**转化**为说明点M，P，N 在同一条直线上，进而把问题**转化**为利用平行线的基本性质说明直线PM 与直线PN 是同一条直线.

**配套练习3-2**

如图，如果CD∥AB，CE∥AB，那么C，D，E三点是否共线？你能说明理由吗？

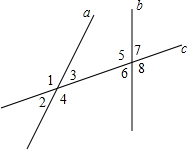


【解】共线．   
因为过直线AB外一点C有且只有一条直线与AB平行，CD、DE都经过点C且与AB平行，所以点C、D、E三点共线．

**知识点四 内错角**

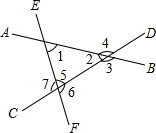
**定义：**两条直线被第三条直线所截，得到的八个角中，两个角都在两条直线之间，并且分别在第三条直线的两侧，具有这种位置关系的一对角叫做内错角.

如下图，它们互为内错角：∠3与∠6 ∠4与∠5.

  
**注意：**内错角是成对出现的，并且是由三条直线组成的，一边共线另两边不共线；

**题型一 同位角与内错角的识别**

**例4-1** 如图所示，找出图中∠1的同位角、内错角．



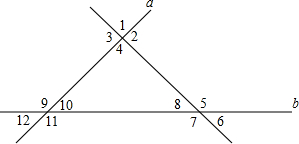
【思路分析】在AB和EF被CD所截的这个基本图形中，可以看出∠1和∠3、∠1和∠6处于“同左、同下”和“同右、同下”，∠1和∠4、∠1和∠7处于“同内、异侧”.

【解】∠1的同位角∠3，∠6，  
∠1的内错角∠4，∠7.

【总结提示】寻找一个角的**同位角**、**内错角**，**首先**应该把这个角放在一个“三线八角”的基本图形中，**其次**不管是同位角，还是内错角，它们具有一个共同特征，这两个角有一边在同一直线上，这条直线就是定义中的“第三条直线”，而这两个角剩下的两边所在的直线就是两条被截的直线；**最后**看这两个角的位置特征是否满足同位角、内错角的位置特征：三边成“F”、“Z”形.

**配套练习4-1**

找出图中所有的同位角、内错角．



【解】同位角：∠1和∠5，∠2和∠6，∠3和∠8，∠4和∠7，∠1和∠9，∠3和∠12，∠4和∠11，∠2和∠10，∠9和∠8，∠10和∠5，∠11和∠6，∠12和∠7；  
内错角：∠2和∠8，∠4和∠5，∠4和∠9，∠3和∠10，∠10和∠7，∠8和∠11.

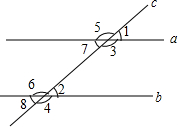
**知识点五 内错角相等，两直线平行**

**判定方法2：** 两条直线被第三条直线所截，如果内错角相等，那么这两条直线平行.

**简称：内错角相等，两直线平行.**

**表达方式：**如图：因为∠3=∠6(已知)，

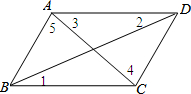
所以*a*∥*b*(内错角相等，两直线平行).



**题型一 判定方法2的应用**

**例5-1** 如图，在四边形ABCD中，连接AC、BD，若要使AB∥CD，则需要添加的条件是（　　）

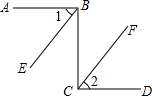
|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| A．∠1=∠2 | B．∠2=∠3 | C．∠3=∠4 | D．∠4=∠5 |



【解】A、当∠1=∠2时，AD∥BC，故此选项错误；  
B、当∠2=∠3时，无法得到AB∥CD，故此选项错误；  
C、当∠3=∠4时，无法得到AB∥CD，故此选项错误；  
D、当∠4=∠5时，AB∥CD，故此选项正确．  
故选：D．

**配套练习5-1**

如图，已知AB⊥BC，BC⊥CD，∠1=∠2．试判断BE与CF的关系，并说明你的理由．



【思路分析】首先由已知AB⊥BC，BC⊥CD得∴∠ABC=∠BCD=90°，再由已知∠1=∠2，根据等式的性质得出∠EBC=∠BCF，从而判断BE与CF的关系．

【解】 理由：∵AB⊥BC，BC⊥CD（已知）

∴∠ABC=∠BCD=90°（ 垂直的定义 ）

∵∠1=∠2（ 已知 ）

∴∠ABC﹣∠1=∠BCD﹣∠2，即∠EBC=∠BCF

∴BE∥CF （内错角相等，两直线平行 ）

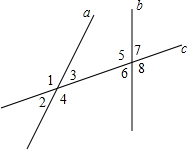
故答案为：∠ABC，∠BCD，垂直定义，已知，BE∥CF．

【总结提示】此题考查的知识点是平行线的判定，关键是由已知推出BE与CF的内错角∠EBC=∠BCF．

**知识点六 同旁内角**

**1．同旁内角：**两条直线被第三条直线所截，得到的八个角中，两个角都在两条直线之间，并且它们都在第三条直线的同一旁，具有这种位置关系的一对角叫做同旁内角；

如图，它们互为同旁内角：∠3与∠5 ∠4与∠6.

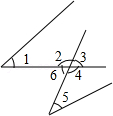
  
**注意：**同旁内角是成对出现的，并且是由三条直线组成的，一边共线，另两边不共线；

**2.同位角、内错角、同旁内角的特征对比：**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 名称 | 位置特征 | 图形结构特征 |
| 同位角 | 在两条被截线同一方，在截线同侧 | 形如字母“F” |
| 内错角 | 在两条被截线之间，在截线两侧（交错） | 形如字母“Z” |
| 同旁内角 | 在两条被截线之间，在截线同侧 | 形如字母“U” |

**题型一 辨别同位角、内错角、同旁内角**

**例6-1** 如图，下列说法中错误的是（　　）



A．∠1、∠3是同位角 B．∠1、∠2是同旁内角

C．∠1、∠5是同位角 D．∠5、∠6是内错角

【思路分析】利用同位角、内错角、同旁内角的定义判断

【解】A．∠1、∠3是同位角，所以此选项正确；

B．∠1、∠2是同旁内角，所以此选项正确；

C．∠1、∠5是同位角，四线构成的角，所以既不是同位角、不是内错角，也不是同旁内角，所以此选项错误；

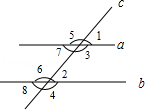
D．∠5、∠6是内错角，所以此选项正确，

故选C．

【总结提示】考查了同位角、内错角、同旁内角，三线八角中的某两个角是不是同位角、内错角或同旁内角，完全由那两个角在图形中的相对位置决定．在复杂的图形中判别三类角时，应从角的两边入手，具有上述关系的角必有两边在同一直线上，此直线即为截线，而另外不在同一直线上的两边，它们所在的直线即为被截的线．同位角的边构成“F“形，内错角的边构成“Z“形，同旁内角的边构成“U”形．

**配套练习6-1**

如图，直线a、b与直线c相交，给出下列条件：①∠1=∠2；②∠3=∠6；③∠4+∠7=180°；④∠5+∠8=180°，其中能判断a∥b的条件有（　　）



A．1个 B．2个 C．3个 D．4个

【思路分析】根据平行线的判定方法：同位角相等，两直线平行；内错角相等，两直线平行；同旁内角互补，两直线平行进行分析即可．

【解】①∠1=∠2可根据同位角相等，两直线平行得到a∥b；

②∠3=∠6可根据内错角相等，两直线平行得到a∥b；

③∠4+∠7=180°可得∠6+∠7=180°，可根据同旁内角互补，两直线平行得到a∥b；

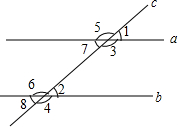
④∠5+∠8=180°可得∠3+∠2=180°，可根据同旁内角互补，两直线平行得到a∥b；

故选：D．

【总结提示】此题主要考查了平行线的判定，关键是掌握平行线的判定定理．

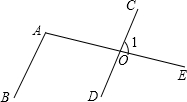
**知识点七 同旁内角互补，两直线平行**

**判定方法3：**两条直线被第三条直线所截，如果同旁内角互补，那么这两条直线平行；  
**简称：同旁内角互补，两直线平行.**  
**表达方式：** 如图：因为∠2+∠3=180°(已知)，  
所以*a*∥*b*(同旁内角互补，两直线平行).

  
**注意：**在“三线八角”中：同位角相等、内错角相等、同旁内角互补中，只要其中一个结论成立，则利用对顶角、补角等相关知识，可得到另两个结论也成立.

**题型一 判定方法3的应用**

**例7-1** 如图，直线AE，CD相交于点O，如果，，就可以证明//了，这是为什么?



【思路分析】直线AE，CD相交于点O，所以，又因为，则，故//.

【解】∵（对顶角相等），

∵，  
∴，  
∴//（同旁内角互补，两直线平行）.

【总结提示】(1)本题运用**数形结合思想**.平行线的判定是由角之间的数量关系到“形”的判定.要判定两直线平行，可围绕截线找同位角、内错角或同旁内角，若同位角相等、内错角相等或同旁内角互补，则两直线平行.

(2)若题中的结论能用同位角相等、内错角相等或同旁内角互补中的一个方法说明两直线平行时，一般都要通过结合对顶角、互补角等知识来说明.

**配套练习7-2**  如图，∠1=65°，∠2=65°，∠3=115°.试说明： *DE*∥ *BC*， *DF*∥ *AB*.根据图形，完成下面的推理：

因为∠1=65°，∠2=65°，所以∠1=∠2.

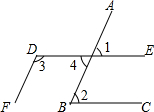
所以∥().

因为*AB*与*DE*相交，

所以∠1=∠4().所以∠4=65°.

因为∠3=115°，所以∠3+∠4=180°，

所以∥().



【思路分析】∠1与∠2是直线DE，BC 被直线AB 所截得到的同位角，所以DE∥BC，理由是“同位角相等，两直线平行”. ∠1与∠4是两条直线AB与DE相交得到的对顶角，所以∠1=∠4，理由是“对顶角相等”，∠3 与∠4 是直线DF，AB被直线DE所截得到的同旁内角，所以DF∥AB，理由是“同旁内角互补，两直线平行”.

【解】答案为(1)DE；BC；同位角相等，两直线平行

(2)对顶角相等；DF；AB；同旁内角互补，两直线平行

【总结提示】(1)由两角相等或互补关系，判定两条直线平行，其关键是找出两个角是哪两条直线被哪一条直线所截而成的角.

(2)是选用两角相等，还是选用互补关系说明两直线平行，应根据图形的实际，灵活运用其中一种方法说明即可.

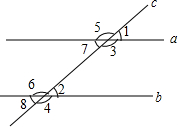
**知识点八（重点） 两直线平行，同位角相等**

**1.性质1：**两条平行直线被第三条直线所截，同位角相等.

**简称：两直线平行，同位角相等.**

**表达方式：**如图，因为*a*∥*b*(已知)，

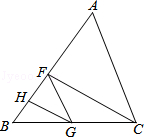
所以∠1=∠2(两直线平行，同位角相等).



**2.易错警示：**误认为**非平行线**的同位角也相等.

**题型一 平行线的性质1的应用**

**例8-1** 如图，∠ACF=∠BCF，FG∥AC，HG∥FC．试说明∠FGH=∠BGH．



【思路分析】由平行可得到∠ACB=∠FGB，∠FCG=∠BGH，再结合条件可得出结论．

证明：

∵FG∥AC，

∴∠ACB=∠FGB，

∵HG∥FC，

∴∠BCF=∠BGH，

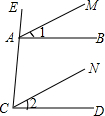
∴∠ACB﹣∠BCF=∠FGB﹣∠BGH，

即∠ACF=∠FGH，

∴∠FGH=∠BGH．

【总结提示】本题主要考查平行线的性质，掌握平行线的性质是解题的关键．

**配套练习 8-1** 如图所示，若AB∥CD，且∠1=∠2，试判断AM与CN的关系，并说明理由．



【思路分析】AM与CN的位置关系很显然是平行的，要说明AM∥CN，可考虑说明∠EAM=∠ECN.因为∠1=∠2，所以只需说明∠BAE=∠ACD 即可，由于“两直线平行，同位角相等”，所以根据AB∥CD 即可得出∠BAE=∠ACD.

【解】AM∥CN；

∵AB∥CD，

∴∠EAB=∠ECD(两直线平行，同位角相等)，

∵∠1=∠2，

∴∠EAB－∠1=∠ECD－∠2，

∴∠EBM=∠ECN，

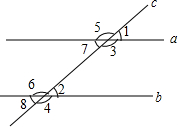
∴AM∥CN(同位角相等，两直线平行)．

【总结提示】当题目已知条件中出现两直线平行时，要考虑是否出现了相等的角.平行线和角的大小关系是紧密联系在一起的，由平行线可以得到相等的角，反过来又可以由相等的角得到新的一组平行线，这种由角的大小关系与直线的位置关系的相互转化在解题中会经常涉及.

**知识点九 两直线平行，内错角相等**

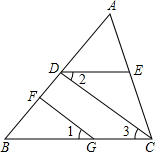
**1.性质2：**两条平行直线被第三条直线所截，内错角相等.  
**简称： 两直线平行，内错角相等.**表达方式：如图，因为*a*∥*b*(已知)，

所以∠7=∠2(两直线平行，内错角相等).



**题型一 平行线的性质2的应用**

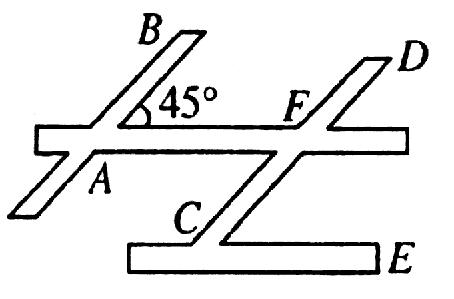
**例9-1** 如图，已知DE∥BC，GF⊥AB于F，∠1＝∠2，判断CD与AB的位置关系，并说明理由.



【解】DC⊥AB．  
理由是：∵DE∥BC，  
∴∠2=∠3，  
又∵∠1=∠2，  
∴∠1=∠3，  
∴DC∥FG，  
∵GF⊥AB  
∴DC⊥AB．

**配套练习9-1**

某城市几条道路的位置关系如图所示，道路AB与道路CD平行，道路AB与道路AF的夹角为45°，城市规划部门想新修一条道路CE，要使道路CE与道路AF平行，则∠DCE应为多少度？



【解】要使CE∥AF，知道∠DCE＝45°即可.

理由：∵ AB∥CD(已知)∴ ∠DAF＝∠AFC＝45°(两直线平行，内错角相等).

∵ ∠DCE＝45°(已知)∴ ∠AFC＝∠DCE (等量代换).

∴ CE∥AF(内错角相等，两直线平行).

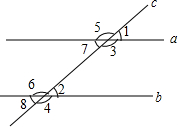
故答案为：∠DCE＝45°

**知识点十 两直线平行，同旁内角互补**

**1.性质3：**两条平行直线被第三条直线所截，同旁内角互补.

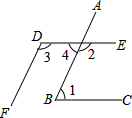
**简称：两直线平行，同旁内角互补**

**表达方式：**如图，因为*a*∥*b*(已知)，  
所以∠3+∠2=180°(两直线平行，同旁内角互补).

  
**2.易错警示：** 平行线的同旁内角是互补，不是相等.

**题型一 性质3的应用**

**例10-1** 如图所示，如果AB∥DF，DE∥BC，且∠1 = 65°，那么你能说出∠2、∠3、∠4的度数吗？为什么？



【思路分析】由DE∥BC，可得∠1=∠4，∠1+∠2=180°；由DF∥AB，可得∠3=∠2，从而得∠2，∠3， ∠4的度数.

【解】因为DE∥BC(已知)，

所以∠4 =∠1 = 65°(两直线平行，内错角相等)，

∠2＋∠1 = 180°(两直线平行，同旁内角互补)，

所以∠2 = 180°－∠1 = 180°－65° = 115°.

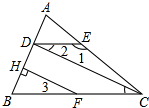
又因为DF∥AB(已知)，所以∠3 =∠2(两直线平行，同位角相等)，

所以∠3 = 115°(等量代换).

【总结提示】(1)**求角的度数的基本思路：**根据平行线的判定由角的数量关系得到直线的位置关系，根据平行线的性质由直线的位置关系得到角的数量关系，通过上述相互转化，从而找到所求角与已知角之间的关系.  
(2)两直线平行时，应联想到平行线的三个性质，由两条直线平行的位置关系得到相关角的数量关系，由角的关系求相应角的度数.

**配套练习10-1**

如图，已知∠1=132°，∠ACB=48°，∠2=∠3，FH⊥AB，垂足为H，求证：CD⊥AB.



【证明】∵∠1=132°，∠ACB=48°，  
∴∠1+∠ACB=180°  
∴DE∥BC  
∴∠2=∠DCB（两直线平行内错角相等）  
又∵∠2=∠3  
∴∠3=∠DCB  
∴HF∥DC（同位角相等两直线平行）  
∴∠CDB=∠FHB．（两直线平行同位角相等）  
又∵FH⊥AB，  
∴∠FHB=90°（垂直的定义）  
∴∠CDB=90°．  
∴CD⊥AB．（垂直的定义）